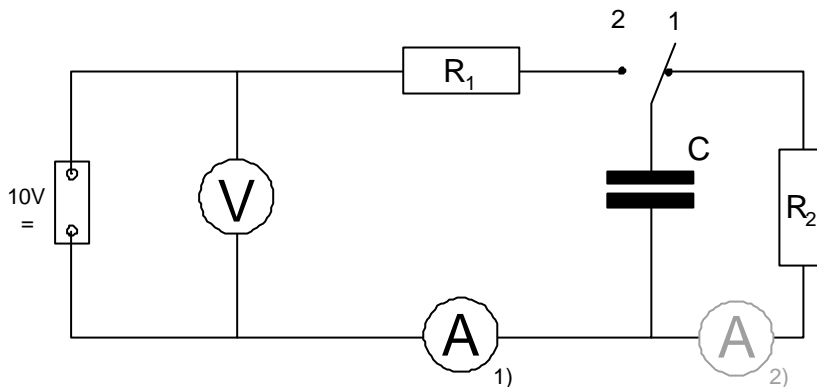


# Protokoll der Physikdoppelstunde am 20.09.2001

In diesen beiden Schulstunden sollten weitere Erkenntnisse über den Kondensator gewonnen werden. Zu diesem Zweck führten wir folgendes Schülerexperiment durch:

## Versuch

### Aufbau:



#### Teil 1:

$C = 100 \mu\text{F}$   
 $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$   
 $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$

#### Teil 2:

$C = 100 \mu\text{F}$   
 $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$   
 $R_2 = 100 \text{ k}\Omega$

### Durchführung:

Wir aktivieren die Spannungsquelle und stellen sie auf 10 V Gleichspannung ein.

- 1) Die Ausgangsstellung des Schalters ist Position 1. Wir legen den Schalter in Position 2 um und starten gleichzeitig die Zeitmessung. Gleichzeitig lesen wir die Stromstärke ab und stoppen jeweils die Zeit, wenn eine markante Stromstärke unterschritten wird. So verfahren wir, bis wir ausreichend Messwerte gesammelt haben.

Zwischen Teil 1) und 2) deaktivieren wir temporär die Spannungsquelle, um  $R_1$  und  $R_2$  auszutauschen und um die Position des Amperemeters von Position 1) auf Position 2) zu verändern. Danach aktivieren wir die Spannungsquelle wieder und beginnen mit Teil 2) des Versuches.

- 2) Die Ausgangsstellung des Schalters ist diesmal in Position 2. Wir verfahren ansonsten genauso wie in Teil 1): Wir legen den Schalter in Position 1 um und beginnen mit der Zeitmessung. Beim Unterschreiten markanter Stromstärken stoppen wir jeweils die Zeit und erhalten so eine Messwerttabelle mit Zeit und Stromstärke.

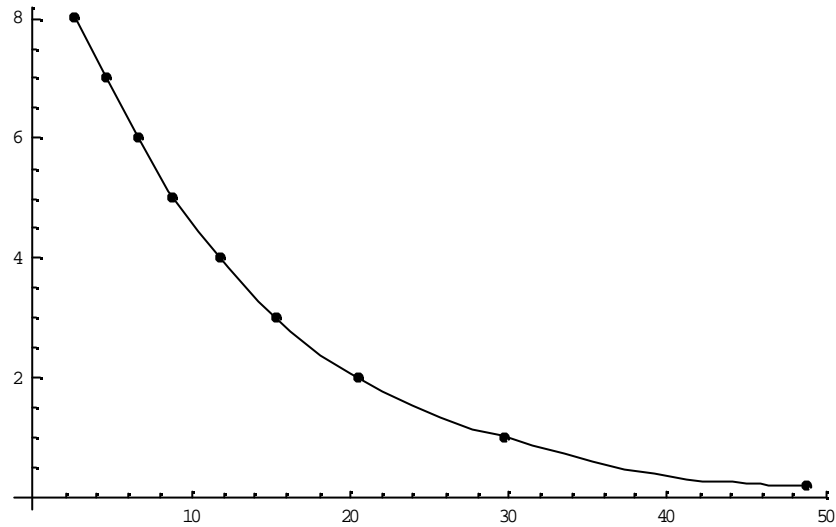
Wir stellten Vermutungen über die zu erwartende Beobachtung in Teil 1) des Versuches an: Bei Umlegen des Schalters fließt ein Strom, bis der Kondensator voll aufgeladen ist. Danach wirkt er als entgegengesetzte, gleichwertige Spannungsquelle zu unserem Netzgerät und stoppt damit den Stromfluß. Im Anfangszustand des Versuches wirkt C jedoch wie ein Leiter, hier wird der Stromfluss nur durch den Widerstand  $R_1$  gedrosselt. Daher kann die Stromstärke  $I_{\max} = \frac{10 \text{ V}}{1 \text{ E}10^5 \text{ }\Omega} = 0,1 \text{ mA}$  nicht überschreiten. Im

Verlauf des Aufladens wirkt C jedoch wie eine immer stärkere, entgegengesetzte Stromquelle, und I geht dabei (langsam) gegen 0.

## Beobachtung:

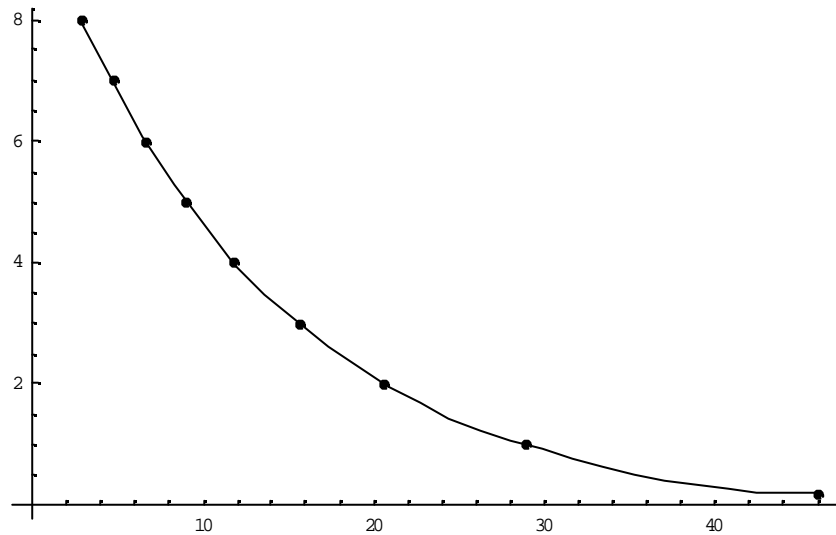
1)

t [s]	I [10 <sup>-5</sup> A]
2,67	8,00
4,60	7,00
6,60	6,00
8,80	5,00
11,75	4,00
15,30	3,00
20,50	2,00
29,75	1,00
48,81	0,20



2)

t [s]	I [10 <sup>-5</sup> A]
2,85	8,00
4,75	7,00
6,65	6,00
9,00	5,00
11,80	4,00
15,60	3,00
20,60	2,00
28,90	1,00
46,00	0,20



Das Aussehen der Graphen lässt die Vermutung aufkommen, dass zwischen der Zeit  $t$  und der Stromstärke  $I$  eine Antiproportionalität besteht. Wir bekamen daher die Hausaufgabe, diese Vermutung zu überprüfen, indem wir den Graphen nicht als  $t \} I$  sondern als  $t \} \frac{1}{I}$  abtragen.

Uns wurde jedoch bereits im Voraus mitgeteilt, dass es sich nicht um antiproportionale Zusammenhänge handelt. Um daher die realen mathematischen Zusammenhänge verstehen zu können haben wir den Rest der Doppelstunde damit zugebracht, das Problem mathematisch zu untersuchen:

### Mathematische Überlegungen

Wir wollen die **Ladung  $Q$** , die sich zu einem bestimmten **Zeitpunkt  $t$**  während des Ladevorgangs auf dem Kondensator befindet, untersuchen. Dazu unterteilen wir den von uns gemessenen Zeitraum in kleine, gleichgroße Intervalle, die jeweils die Zeitspanne  $\zeta t$  abdecken. Am Anfang eines Intervalls (zum Zeitpunkt  $t_0$ ) liegt dabei die Ladung  $Q_0$  vor:

Zeit Ladung

$$t_0 \quad \text{CE} \quad Q_0$$

Diese Intervalle denken wir uns so klein, dass man für diesen Zeitraum einen **konstanten Stromfluss I** annehmen kann. Die Veränderung der Ladung auf dem Kondensator zwischen Anfang und Ende des Intervalls bezeichnen wir als  $\Delta Q$ , dann bekommen wir folgenden Zusammenhang:

$$I_0 = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad 1 \quad Q_0 = I_0 \Delta t$$

Am Ende des Intervalls befindet sich die Ladung  $Q_1$  auf dem Kondensator:

$$Q_1 = Q_0 + \Delta Q = Q_0 + I_0 \Delta t$$

Jetzt können wir auf einige grundsätzliche Zusammenhänge zurückgreifen, so ist  $I_0$  etwa abhängig von den verwendeten Widerständen:

$$\begin{aligned} U &= RI \\ 1 \quad I &= \frac{U}{R} \end{aligned} \quad \begin{aligned} Q &= CEU \\ 1 \quad U &= \frac{Q}{C} \end{aligned} \quad 1 \quad I = \frac{Q}{REC}$$

$$1 \quad Q_1 = Q_0 + I_0 \Delta t = Q_0 + \frac{Q_0}{REC} \Delta t$$

$$= Q_0 \left( 1 + \frac{\Delta t}{REC} \right)$$

Dieselben Formeln gelten selbstverständlich auch für das nächste Intervall:

$$Q_2 = Q_1 \left( 1 + \frac{\Delta t}{REC} \right)$$

$$1 \quad Q_2 = Q_0 \left( 1 + \frac{\Delta t}{REC} \right)^2$$

Wenn wir unseren **Zeitraum t** in **n Intervalle** aufteilen gilt:

$$t = n \Delta t$$

$$1 \quad Q_n = Q_0 \left( 1 + \frac{\Delta t}{REC} \right)^n$$

$$1 \quad Q_n = Q_0 \left( 1 + \frac{\Delta t}{REC} \right)^{\frac{t}{\Delta t}}$$

Die Werte für  $Q_n$  werden dabei je genauer, desto kleiner wir  $\Delta t$  wählen. Wir müssen uns daher damit beschäftigen, was geschieht, wenn  $\Delta t$  gegen 0 geht, wir bräuchten einen **Grenzwert**. Da dieser jedoch mit der derzeitigen Formel praktisch nicht zu bestimmen ist, nutzen wir das Verfahren der **Substitution** um den Ausdruck  $\frac{\Delta t}{REC}$  zu ersetzen:

Wir setzen  $\frac{1}{L}$  mit  $\frac{\Delta t}{REC}$  gleich:

$$\frac{1}{L} = \frac{\Delta t}{REC}$$

Hier sehen wir, dass, wenn  $\zeta$  gegen 0 geht,  $L$  gegen unendlich strebt. Wir können jetzt den Ausdruck im Originalterm ersetzen und dann den Grenzwert für  $L$  gegen unendlich untersuchen:

$$\begin{aligned}
 1 \quad Q_n &= Q_0 \zeta \left( 1 + A \frac{1}{L} \right)^{\frac{BL\zeta}{REC}} \\
 &= Q_0 \zeta \left( 1 + A \frac{1}{L} \right)^{L \frac{B\zeta}{REC}}
 \end{aligned}$$

Damit können wir eine allgemeingültige Funktion formulieren:

$$Q(\zeta) = Q_0 \zeta \lim_{L \rightarrow \infty} \left( 1 + A \frac{1}{L} \right)^{L \frac{B\zeta}{REC}}$$

Um herauszufinden, wie der Grenzwert des inneren Terms als reelle Zahl lautet, sollten wir als Hausaufgabe mit einem Taschenrechner ansteigende Werte für  $L$  in den Ausdruck einsetzen, bis der Taschenrechner die Berechnung mit einer Fehlermeldung abbricht.