Protokoll der Physikdoppelstunde am 25.02.2002

Protokollant: Alexander Rudyk

Zu Beginn der Stunde haben wir uns mit den Gesetzmäßigkeiten der Induktion bei rotierender Induktionsspule beschäftigt und insbesondere die dabei geltende Formel untersucht:

$$U(t)=\hat{U}\cdot\sin(\omega t)$$

Wir haben uns mit dieser Formel bereits beschäftigt, als wir einen runden Drahtrahmen im Magnetfeld einer langen Spule drehten und die erzeugte Spannung untersuchten. Bei diesen Untersuchungen stellten wir fest, dass es zwei verschiedene Möglichkeiten gibt, die dabei induzierte Spannung zu berechnen, wobei die Ergebnisse beider Möglichkeiten sich im Vorzeichen unterschieden, sonst jedoch übereinstimmen. Dies führte uns zur Lenzschen Regel, die Vorzeichen zeigten uns, dass die induzierte Spannung dem Verursacher entgegen wirkt.

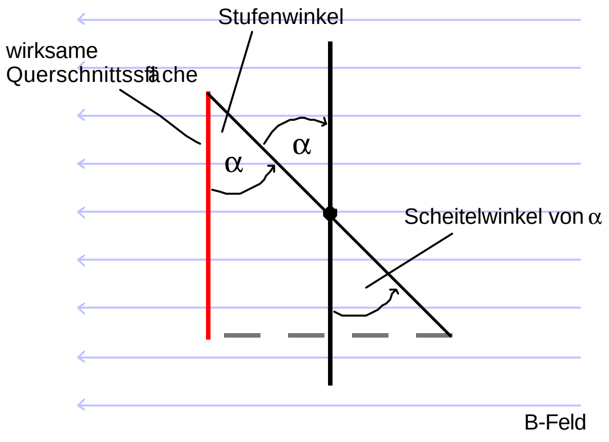
Eine Möglichkeit, die Induktionsspannung zu berechnen, besteht darin, die senkrechte Geschwindigkeitskomponente des für die Induktion relevanten Teils der Leiterschlaufe zu errechnen und mit der Formel $U_{ind}=B\cdot d\cdot v_s$ zu arbeiten. Dies ist jedoch nur bei rechteckigen Leiterschlaufen problemlos möglich, da andernfalls jeder Punkt des Leiters eine unterschiedliche Geschwindigkeitskomponente besitzt.

Universeller ist die zweite Möglichkeit, die für die Induktion relevante Querschnittsfläche als Projektion der Gesamtfläche der Leiterschlaufe zu ermitteln und über diese dann mit der Formel $U_{ind}(t)=-n\cdot\dot{\Phi}(t)$ zu arbeiten. Die oben bereits angegebene Formel lässt sich damit folgendermaßen herleiten:

Nach dem Induktionsgesetz gilt in unserem Fall bei konstantem Magnetfeld:

$$U_{ind}(t)=-n\cdot\dot{\Phi}(t)$$
$$U_{ind}(t)=-n\cdot B\cdot\dot{A}(t)$$

Die wirksame Querschnittsfläche



Daraus ergibt sich für die wirksame Fläche:

$$A_w=A_0\cdot\cos\alpha(t)$$

Um mit den rechts im Bild ermittelten Daten rechnen zu können, formten wir erst α(t) um. Es gilt:

$$\frac{\alpha(t)}{2\pi}=\frac{t}{T}$$
$$\Leftrightarrow\alpha(t)=\frac{2\pi}{T}\cdot t$$

Hier setzten wir noch die Kreisfrequenz bzw. Winkelgeschwindigkeit $\omega=\frac{2\pi}{T}$ ein und erhielten:

$$\alpha(t)=\omega\cdot t$$

Nachdem wir nun für A die rechts im Bild ermittelten Daten und für α(t) die oben ermittelte Formel einsetzten, erhielten wir:

$$U_{ind}(t)=-n\cdot B\cdot(A_0\cdot\cos(\omega t))$$
$$U_{ind}(t)=n\cdot B\cdot A_0\cdot\omega\cdot\sin(\omega t)$$

Anschließend stellten wir durch eine Dimensionsbetrachtung sicher, dass die so ermittelte Formel auch korrekt war. Da das Ergebnis eine Spannung bezeichnet, müsste sich Volt als

Maßeinheit ergeben:

$$[B \cdot A_0 \cdot \omega] = T \cdot m^2 \cdot \frac{1}{s}$$

$$= \frac{N}{A \cdot m} \cdot m^2 \cdot \frac{1}{s}$$

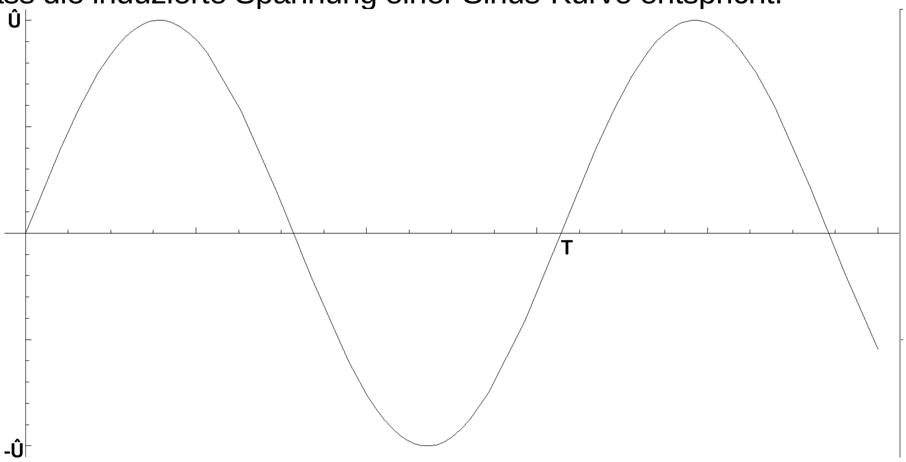
$$= \frac{Nm}{As} = \frac{Ws}{As}$$

$$= \frac{V \cdot A \cdot s}{A \cdot s} = \boldsymbol{V}$$

Der Sinuswert in unserer Formel bewegt sich zwischen -1 und 1. Die maximal induzierte Spannung wird daher ausschließlich durch den Term $n \cdot B \cdot A_0 \cdot \omega$ beeinflusst. Deshalb fassen wir diesen Term zur **Scheitelspannung** $\hat{U}$ zusammen und erhalten als Endergebnis die Formel, die uns zu dieser Betrachtung veranlasst hat:

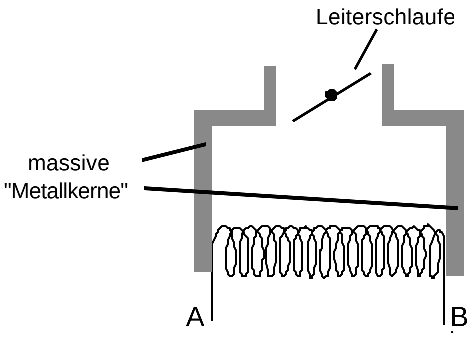
$$U_{ind}(t) = \hat{U} \cdot \sin(\omega t)$$

Wir sehen, dass die induzierte Spannung einer Sinus-Kurve entspricht:

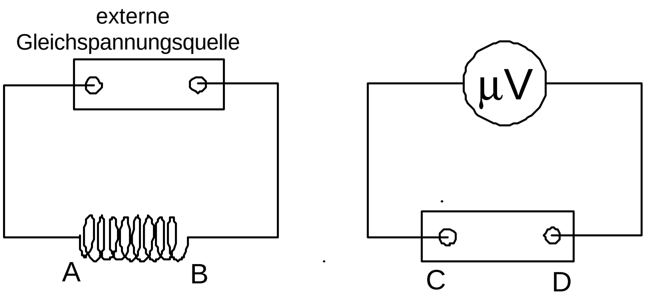


Versuch 1:

Das verwendete Gerät besteht aus den links dargestellten Komponenten, wobei die als „Metallkerne“ bezeichneten Metallbügel direkt an der Spule anliegen, jedoch durch eine Isolationsschicht nicht mit dem stromführenden Draht verbunden sind. (Sie kanalisieren nur das Magnetfeld.)



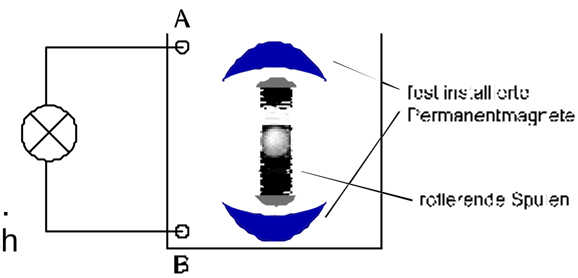
Die beiden Pole der Leiterschlaufe werden an ihrer Achse nach vorne geführt, wo sie über zwei Schleifkontakte abgenommen werden (in der Schaltskizze mit C und D bezeichnet). Die Schaltung wurde folgendermaßen aufgebaut:



Nach Aktivieren der externen Gleichspannungsquelle (Aufbau eines Magnetfeldes) kann beim Drehen der Leiterschlaufe die induzierte Spannung am Messgerät abgelesen werden.

Da der Aufbau dieses Geräts relativ simpel ist konnten wir hiermit einige Untersuchungen anstellen: Es wurde vermutet, dass die maximale Induktionsspannung erreicht würde, wenn sich die Leiterschlaufe über ihre senkrecht stehende Position hinweg drehen würde. Wir konnten jedoch feststellen, dass tatsächlich die induzierte Spannung bei einer Bewegung in der horizontalen Lage maximal ist. Damit wurde nochmal verdeutlicht, dass für die Induktion nur die Änderung der Fläche und nicht etwa die Größe der Fläche an sich eine Rolle spielt. Auch können wir durch Veränderung der Spannung an der externen Stromquelle (und damit der Stromstärke im Kreis) die Stärke des Magnetfelds ändern und feststellen, dass auch so Spannung induziert wird. Hier ist die induzierte Spannung allerdings tatsächlich am größten, wenn die Querschnittsfläche maximal ist.

Versuch 2:



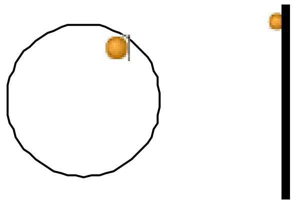
Die rotierenden Spulen werden über einen Keilriemen mit einer Kurbel verbunden. Die Anschlüsse A und B sind die nach außen geleiteteten Abgriffe der Rotationsspule.

Wird an der Kurbel gekurbelt, leuchtet die Glühbirne. Je stärker gekurbelt wird, desto stärker leuchtet auch das Lämpchen. Das Magnetfeld wird hier von Permanentmagneten erzeugt, dies begrenzt die maximale Stärke des Feldes. Werner von Siemens schuf hier mit seiner größten Erfindung Abhilfe, indem er die Permanentmagneten durch Spulen ersetzte, durch die der Strom geleitet wird, der aufgrund der im selben Gerät erzeugte Induktionsspannung fließt. Es ist also auch nicht wie im ersten Versuch eine externe Spannungsquelle nötig und es kommt zu einem Aufschaukelungseffekt, der die Leistung dieser Generatoren weiter erhöht.

Versuch 3:

Der oben skizzierte Aufbau wird hier durch einen ähnlichen Aufbau ersetzt, in dem jedoch die Induktionsspulen fest an den Stellen montiert sind, an denen sich in Versuch 2 die Permanentmagneten befinden. Als Rotationskörper dienen hier die Permanentmagneten; Induktionsspulen und Magneten haben also gerade ihre Position getauscht.

Da das Feld hier im Inneren des Aufbaus erzeugt wird, wird diese Art von Generator auch als **Innenpolgenerator** bezeichnet. Der im Versuch 2 eingesetzte Aufbau ist dementsprechend ein **Außenpolgenerator**. Ein Innenpolgenerator findet sich etwa im Fahrraddynamo, in dem ein Permanentmagnet rotiert. Dies hat den Vorteil, dass keine Schleifkontakte benötigt werden, die oft stark abnutzen und daher wartungsintensiv sind. (Dieser Vorteil besteht selbstverständlich nur, wenn Permanentmagneten zur Felderzeugung eingesetzt werden.)



Anschließend betrachteten wir uns die sinusförmige Wechselspannung im Oszilloskop, erzeugt von einem Sinusgenerator, um mit möglichst niedrigen Frequenzen arbeiten zu können, so dass wir ein für unser Auge sichtbares Auf- und Absteigen beobachten konnten. Ohne Horizontalablenkung sah man auf dem Oszilloskop einen auf- und absteigenden Punkt. Diese Darstellung ist vergleichbar mit dem Schatten einer am äußeren Rand auf eine Scheibe montierten Kugel, wenn diese Scheibe sich dreht (siehe rechts).

Wir haben nun für die Bewegung dieses Punktes das dazugehörige Weg-Zeit-Gesetz erarbeitet. Das Weg-Zeit-Gesetz offenbart eine Fülle an Informationen, wie wir uns anhand des einfachen Beispiels des freien Falls vor Augen geführt haben:

Weg-Zeit-Gesetz:

$$s(t)=\frac{1}{2}g\,t^2$$

Die erste Ableitung bietet uns die Geschwindigkeit:

$$v(t)=\dot{s}(t)=g\cdot t$$

Die zweite Ableitung gibt die Beschleunigung an:

$$a(t)=\dot{v}(t)=\ddot{s}(t)=g$$

Diese Berechnungen können natürlich auch umgekehrt durchgeführt werden.

Für die Herleitung der passenden Formel für unsere Wechselspannung arbeiteten wir mit der am Anfang der Stunde untersuchten Formel. Hier interessiert uns nun jedoch nicht die Scheitelspannung, sondern der maximal zurückgelegte Weg, den wir mit s_0 bezeichneten. Dann ergibt sich als Weg-Zeit-Gesetz:

$$s(t)=s_0\cdot\sin(\omega t)$$

Für die Geschwindigkeit folgt daraus:

$$v(t)=\dot{s}(t)=s_0\cdot\omega\cdot\cos(\omega t)$$

Mit diesen Formeln kamen wir erneut auf die Frage, wann der zurückgelegte Weg (und damit auch die Spannung) maximal ist. Damit s(t) maximal (also gleich s_0) ist, muss der Sinuswert 1 sein. Dies ist der Fall, wenn $\omega t=\frac{\pi}{2}$ ist. Daraus folgt für t:

$$\omega t=\frac{\pi}{2} \quad\Leftrightarrow\quad t=\frac{\pi}{2\omega} \quad\Leftrightarrow\quad t=\frac{\pi}{2\cdot 2\frac{\pi}{T}} \quad\Leftrightarrow\quad t=\frac{T}{4}$$

Nun interessiert uns auch, wann die Geschwindigkeit maximal ist. Wir vermuten, dass dies u.A. bei $t=\frac{T}{2}$ der Fall ist. Rechnerisch ergibt sich:

$$\dot{s}\left(\frac{T}{2}\right)=s_0\cdot\omega\cdot\cos\left(2\frac{\pi}{T}\cdot\frac{T}{2}\right)$$
$$\dot{s}\left(\frac{T}{2}\right)=s_0\cdot\omega\cdot\cos(\pi)$$
$$\dot{s}\left(\frac{T}{2}\right)=-s_0\cdot\omega$$

Der Betrag der Geschwindigkeit ist hier also tatsächlich maximal, das negative Vorzeichen zeigte uns jedoch, dass es an dieser Stelle mit maximaler Geschwindigkeit abwärts geht. Wir folgerten, dass z.B. bei t = T oder t = 0 sich der Punkt mit maximaler Geschwindigkeit aufwärts bewegt.

Für den Betrag der Maximalgeschwindigkeit gilt also $|v_{max}|=s_0\cdot\omega$. Mit dieser Feststellung erkannten wir auch, dass gerade bei den oben genannten Zeitpunkten, und nur bei diesen, die Geschwindigkeit unseres Punktes auch mit der Bahngeschwindigkeit der Kreisbewegung übereinstimmt. Denn s_0 entspricht gerade dem Radius r des Kreises und damit gilt $|v_{max}|=s_0\cdot\omega=r\cdot\omega$. $r\cdot\omega$ ist aber gerade die Bahngeschwindigkeit.

Abschließend bestimmten wir auch noch die Formel der Beschleunigung:

$$\ddot{s}(t)=-s_0\cdot\omega^2\cdot\sin(\omega t)$$

Auffällig ist hierbei, dass sich die zweite Ableitung nur im Vorzeichen und in den Konstanten von der Ausgangsfunktion s(t) unterscheidet. Diese Besonderheit kann uns beim Lösen von Differentialgleichungen helfen: Da die Ableitung der Sinusfunktion für dieses Merkmal die entscheidende Verantwortung trägt, liegt es nahe, bei Differentialgleichungen der Art

$$s(t)=-K\cdot\ddot{s}(t)$$

die Lösung in einer Sinusfunktion (und damit in einer Kreisbewegung) zu suchen.

Abschließend wendeten wir uns wieder der Ausgabe am Oszilloskop zu: Durch Hinzuschalten der Horizontalablenkung, der Erhöhung der Frequenz der Sinusspannung am Generator und die entsprechende Abstimmung der Einstellungen kann man ein nahezu stehendes Bild der Sinusfunktion erhalten, das erheblich aussagekräftiger ist als ein auf- und absteigender Punkt.