Zu Beginn der Stunde wurden die wichtigen bisher behandelten Formeln für magnetische Felder zusammengestellt:

$F = s \cdot I \cdot B$ (Kraft auf stromdurchflossenen Leiter im Magnetfeld)

$F = s \cdot \frac{\Delta Q}{\Delta t} \cdot B$

$F_L = e \cdot v \cdot B$ (Lorentzkraft auf ein einzelnes bewegtes Elektron)

$U_i = d \cdot v_s \cdot B$

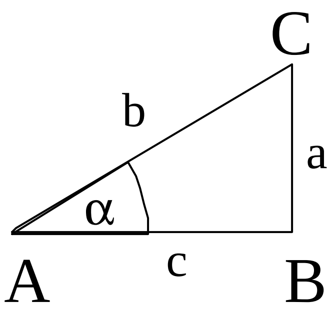
$U_i = -n \cdot \dot{\Phi}$

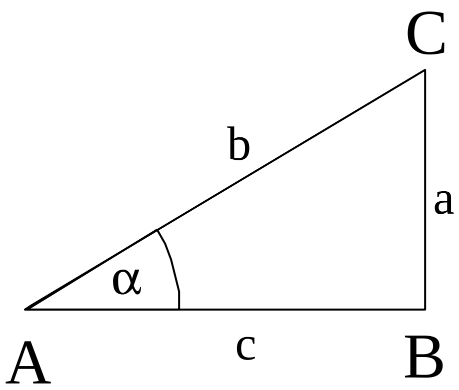
$U_i = -L \cdot \dot{I}$

$W_{mag} = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2$

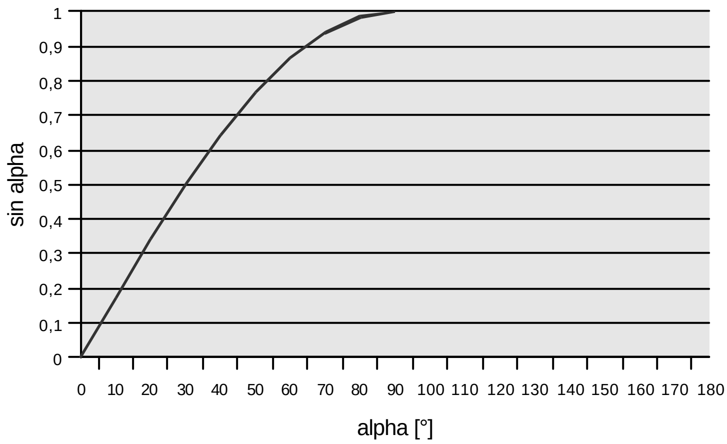
Im Anschluss daran wurden die in der Mittelstufe behandelten trigonometrischen Zusammenhänge wiederholt.

Grundelemente in der Trigonometrie sind Winkel. Diesen können durch Funktionen nach dem Schema $\alpha \to f(\alpha)$ beliebige andere Zahlenwerte zugewiesen werden. Dabei ist zu beachten, dass eine Funktion jedem Element aus einer Grundmenge genau ein Element aus einer anderen Menge zuweist, also eindeutig ist. Im linken der folgenden beiden rechtwinkligen Dreiecke

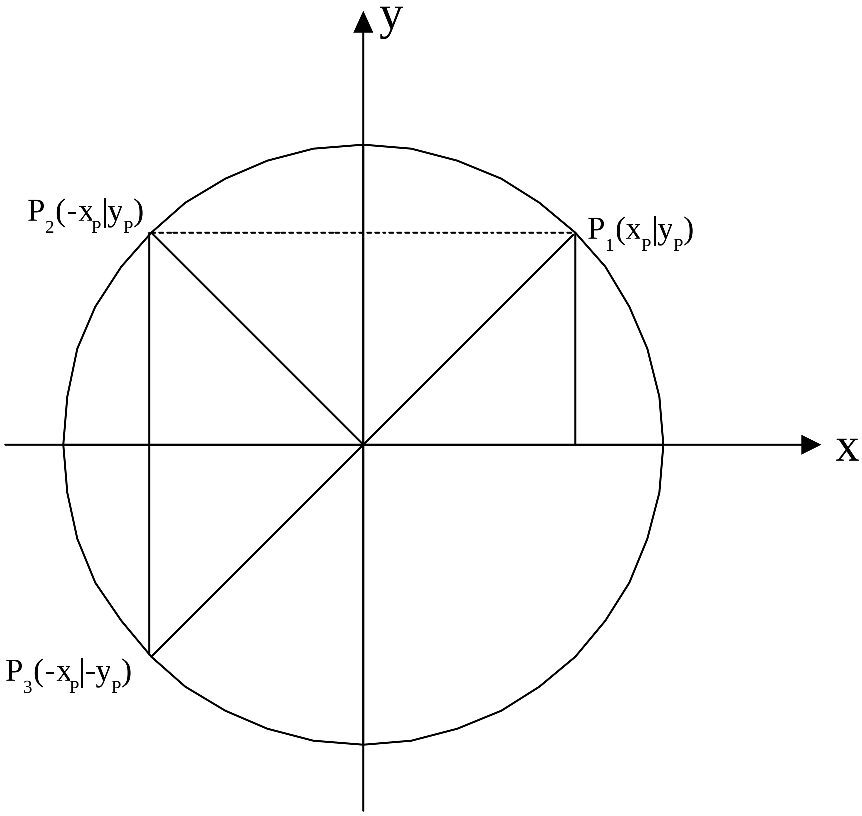




wird die Zuweisung $\alpha \to \frac{a}{b}$ vorgenommen. Das rechte Dreieck sieht dem linken ähnlich, es stellt sich die Frage ob der Quotient $\frac{a}{b}$ denselben Wert annimmt. Der Nachweis, dass beide Dreiecke tatsächlich ähnlich sind, lässt sich einerseits durch den Satz, dass zwei Dreiecke mit zwei identischen Winkeln ähnlich sind (In diesem Fall also α und der rechte Winkel bei B) erbringen, oder aber durch die Strahlensätze. Da in ähnlichen Dreiecken auch die Verhältnisse der korrespondierenden Strecken gleich sind, hat der Quotient $\frac{a}{b}$ in beiden Dreiecken denselben Wert. Der Quotient aus Gegenkathete eines Winkels in einem rechtwinkligen Dreieck und der Hypotenuse heißt Sinus. Es gilt also $\sin\alpha = \frac{a}{b}$. Wenn man nun α von 0° bis 90° anwachsen lässt und für jeden Wert den Sinus bestimmt, erhält man die folgende Kurve:



Da in einem rechtwinkligen Dreieck kein Winkel größer als 90° sein darf, lässt sich der Sinus für Winkel mit α > 90° auf diese Weise nicht ermitteln. Hierfür verwendet man einen Einheitskreis mit dem Radius 1.



Der Winkel α wird von der x-Achse (in positiver Richtung) und der Verbindungslinie zwischen Koordinatenursprung und einem beliebigen Punkt auf der Kreislinie mit den Koordinaten P(x_P | y_P) eingeschlossen. Der Sinus von α ist hier definiert als $\frac{y_P}{r}$, es gilt also $\sin\alpha = y_P$. Auf diese Weise kann man den Sinus für beliebig große Winkel bestimmen. Für $0° \leqslant \alpha \leqslant 180°$ nimmt sin α positive Werte oder 0 an, bei Winkeln zwischen 180° und

360° negative. Größere Winkel müssen durch 360° moduliert werden. Generell liegen Sinuswerte immer zwischen -1 und 1 (einschließlich).
Bei näherer Betrachtung fällt auf, dass es im Bereich von 0° bis 360° jeweils 2 Winkel gibt, die den gleichen Sinuswert haben. Für diese gilt $\sin\alpha=\sin(180°-\alpha)$. Außerdem lassen sich folgende Zusammenhänge erkennen:

$\sin\alpha=-\sin(180°+\alpha)$

und $\sin\alpha=-\sin(360°-\alpha)$.

Der Quotient $\frac{Ankathete}{Hypotenuse}$ in einem rechtwinkligen Dreieck heißt Kosinus. Dieser ist im Einheitskreis definiert als $\cos\alpha=x_P$. Für ihn gilt
$0\leqslant\cos\alpha\leqslant 1 \; für\, 0°\leqslant\alpha\leqslant 90° \; oder\, 270°\leqslant\alpha\leqslant 360°$ und $-1<\cos\alpha<0 \quad für\, 90°<\alpha<270°$.

Auch für die Physik sind diese Zusammenhänge von Bedeutung, jedoch sind hier auch die Einheiten wichtig. Einer reinen Zahl sollte eine reine Zahl zugeordnet werden, aus diesem Grund werden Winkel hier im dimensionslosen Bogenmaß angegeben. Es gelten folgende Beziehungen:

Vollkreis - $360°$
Vollkreis - 2π

2π – $360°$

1 – $\frac{360°}{2\pi}$

$360°$ – 2π

$1°$ – $\frac{2\pi}{360}$

$\alpha°$ – $\frac{2\pi}{360}\cdot\alpha$

Für die Winkelfunktionen gibt es einige wichtige Summenformeln:

1 a) $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta+\sin\beta\cdot\cos\alpha$
b) $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta-\sin\beta\cdot\cos\alpha$

2 a) $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta$
b) $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta+\sin\alpha\cdot\sin\beta$

Um diese Gleichungen zu überprüfen, wird in 1 a) $\sin\alpha=\sin(180°-\alpha)$ getestet:

$$\sin(180°-\beta)=\sin 180°\cdot\cos\beta-\cos 180°\cdot\sin\beta$$
$$=0\cdot\cos\beta-\sin\beta\cdot(-1)$$
$$\sin(180°-\beta)=\sin\beta$$

Nun wird in 2 b) $\alpha=\beta$ eingesetzt.

$$\cos 0°=\cos^2\alpha+\sin^2\alpha$$
$$1=\cos^2\alpha+\sin^2\alpha$$

Dieser Zusammenhang wird auch als „Trigonometrischer Pythagoras“ bezeichnet, da er auf den eigentlichen Pythagoras-Satz übertragbar ist (siehe Dreiecke):

$$\sin a=\frac{a}{b;}\quad \cos\alpha=\frac{c}{b}$$

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=\frac{a^2}{b^2}+\frac{c^2}{b^2}$$

$$=\frac{a^2+c^2}{b^2}$$

Die letzte Zeile lässt sich auch aus $a^2+c^2=b^2$ herleiten.

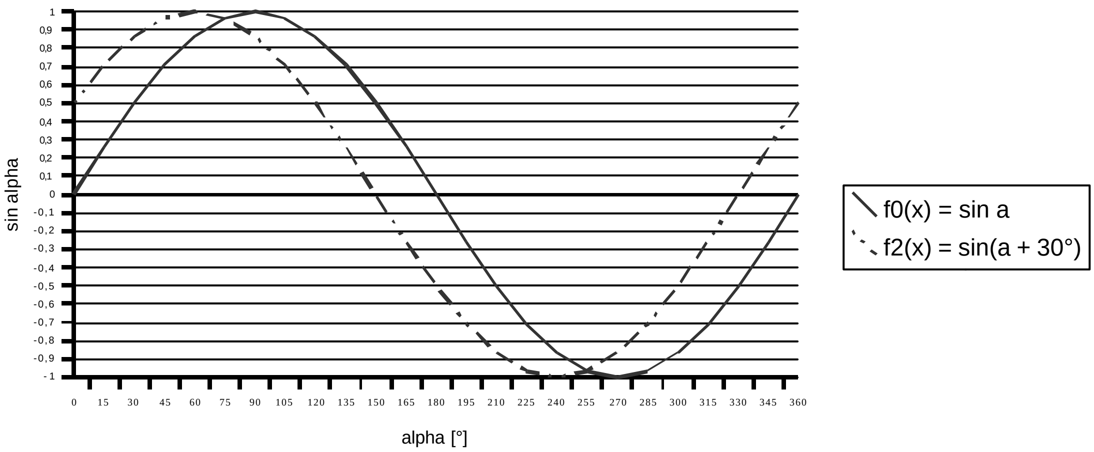
Die Ableitung von $f(x)=\sin x$ (x ist ein beliebiger Winkel im Bogenmaß) erhält man nach $\lim_{h\to 0}\frac{\sin(x_0+h)-\sin(x_0)}{h}$. Durch Einsetzen der Summenformel und eine Grenzwertuntersuchung kommt man zu $sin'(x)=\cos(x)$.

Eine normale Sinus- oder Kosinuskurve hat eine Periode von 2π und eine Amplitude von -1 bis 1. Um diese Werte zu verändern, kann man Koeffizienten in die Gleichung einbauen.

$$f_1(x)=K_1\cdot\sin x$$

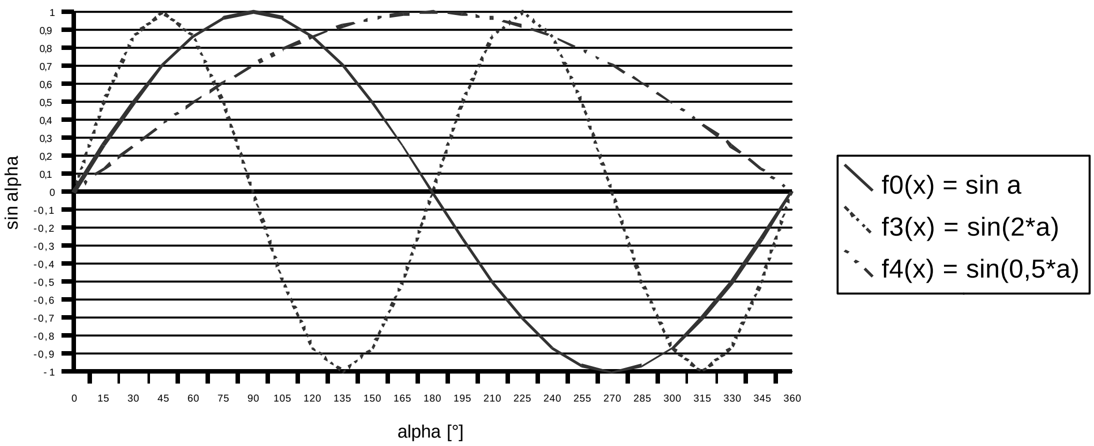
K_1 streckt ($K_1 > 1$) oder staucht ($0 < K_1 < 1$) den Graphen in y-Richtung.

$$f_2(x)=K_1\cdot\sin(x+K_2)$$



K_2 verschiebt den Graphen entlang der x-Achse nach links ($K_2 > 0$) oder rechts ($K_2 < 0$).

$$f_3(x)=K_1\cdot\sin(K_3\cdot x)$$



K_3 streckt ($0 < K_3 < 1$) oder staucht ($1 < K_3$) den Graphen in x-Richtung.