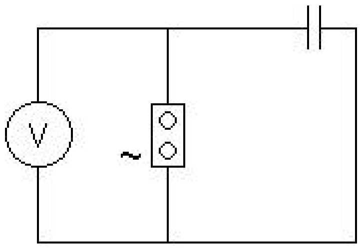
Martin Noll 16.4.2002

Stundenprotokoll des Physik-LK vom 15.4.2002

Versuch:



Wir wollen in dem Stromkreis mit Kondensator den Zusammenhang von Spannung und Strom beobachten. Wir gehen folgendermaßen vor:

Da sich Wechselspannung generell durch Sinuskurven darstellen lässt, gilt an dem Voltmeter:
$U(t) = \hat{U} \cdot \sin wt$

Bei Kondensatoren ist uns schon die Kapazitätsgleichung $C = Q/U$ bekannt. Diese lösen wir nach der Ladung Q auf. Wir wollen Sie zu jedem Zeitpunkt bestimmen können, daher schrieben wir:
$Q(t) = C \cdot U(t)$

Nun können wir U(t) durch unsere erste Gleichung ersetzen:
$Q(t) = C \cdot \hat{U} \cdot \sin wt$

Wenn wir diese neue Gleichung ableiten, dann erhalten wir die Stromstärke:
$I(t) = C \cdot \hat{U} \cdot w \cdot \cos wt$

Der Teil $C \cdot \hat{U} \cdot w$ entspricht dann dem maximalen Strom, also $\hat{I}$. Umgestellt:

$$\frac{\hat{U}}{\hat{I}} = \frac{1}{w \cdot C}$$

Zur Überprüfung führten wir eine Dimensionsbetrachtung durch:

$$\left[\frac{1}{s^{-1} \cdot \frac{C}{V}}\right] = \left[\frac{V}{s^{-1} \cdot C}\right] = \frac{V}{A}$$ →Dimensionen stimmen überein.

Bei Wechselspannung entspricht ein Kondensator nicht einem offenen Schalter, sondern es wird durch den Auf- und Entladevorgang des Kondensators, der von der Kapazität abhängig ist, ein Stromfluss ermöglicht.

Den Bruch $\hat{U}/\hat{I}$ Ersetzen wir durch das Symbol des kapazitiven Widerstandes X_C.

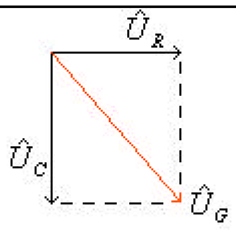
Jetzt erstellen wir eine Tabelle aus drei Spalten: Die Frequenz f, der theoretische Wert des kapazitiven Widerstandes X_C und dessen Wert, den wir aus den Größen der Messinstrumente erstellen (Kapazität des Kondensators: 1,2 mF):

$f\left[s^{1-}\right]$	$X_C[\Omega]$ **(Theoretischer Wert)**	$X_C[\Omega]$ **(Praktischer Wert)**	**Abweichung der Werte in %**
50	2653	2632	1
100	1327	1316	1
500	265,3	263	1
1000	133	135	1,5

Der theoretische Wert lässt sich ausrechnen, indem man für w „$2p$“ mit der Frequenz f multipliziert. Danach muss nur noch einfach in die Gleichung $\frac{1}{w \cdot C}$ eingesetzt werden.

Nachdem wir die Frequenz von 50 auf 100Hz erhöht hatten, war ebenso eine Erhöhung des Stromflusses abzulesen. Das lag an dem um die Hälfte kleiner gewordenen Widerstand (siehe Tabelle).

Nun nahmen wir eine kleine Änderung an dem schon die ganze Zeit behandelten Stromkreis vor, und zwar bauten wir zusätzlich einen Widerstand R=300 Ω in Reihe ein.
Wir nahmen an, dass wenn man hier wieder eine Spannung mit der Frequenz 1 kHz anlegen würde, dass man um R_G zu ermitteln einfach den neuen Festwiderstand zu dem kapazitiven Widerstand addieren könnte. Zusammen wären das dann 435 Ω. Doch wenn man in dem neuen Stromkreis die Spannung und die Stromstärke abliest und daraus den gesamten Widerstand errechnet, was auf jeden Fall richtig sein muss, dann erhält man 333 Ω. Das bedeutet eine Abweichung von 23%, folglich ist es nicht möglich, in einer Reihenschaltung einen Festwiderstand und den von einem Kondensator ausgehenden Widerstand zu addieren, um den Ersatzwiderstand zu ermitteln.
Der Fehler entsteht, wenn man nicht berücksichtigt, dass der kapazitive Widerstand dem Ohmschen eine viertel Phase voraus ist (siehe Protokoll von Alexey vom......). Und da sich die einzelnen Spannungen an den einzelnen Widerständen nach der jeweiligen Widerstandsgröße verteilen, kann man folgendes Bild erstellen:



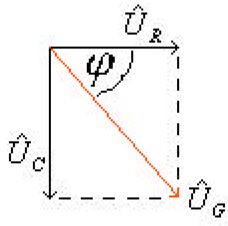
Für R_G gilt: $R_G = \hat{U}_G / \hat{I}$. Jetzt brauchten wir nur noch mit Hilfe des Satzes des Pythagoras $\hat{U}_G$ ermitteln und in die Gleichung einsetzen:

$$\hat{U}_G = \sqrt{\hat{U}_R^2 + \hat{U}_C^2}$$

$$\rightarrow R_G = \sqrt{\frac{\hat{U}_R^2 + \hat{U}_C^2}{\hat{I}^2}}$$ (R_G wird in Zukunft zu Z)

Heraus kamen 328 Ω , was nur eine Abweichung von 1,5 % gegenüber dem Wert 333 Ω aus den Messdaten bedeutete.

Als letztes wollten wir noch wissen wie groß der Phasenwinkel j zwischen $\hat{U}_R$ und $\hat{U}_G$ ist:



Dazu verwenden wir den Tangens:

$$
\begin{aligned}
\tan j &= \frac{\hat{U}_C}{\hat{U}_R} \\
&= \frac{X_C \cdot \hat{I}}{R \cdot \hat{I}} \\
&= \frac{X_C}{R} \\
&= \frac{1}{w \cdot C \cdot R} \\
&= 23{,}85°
\end{aligned}
$$