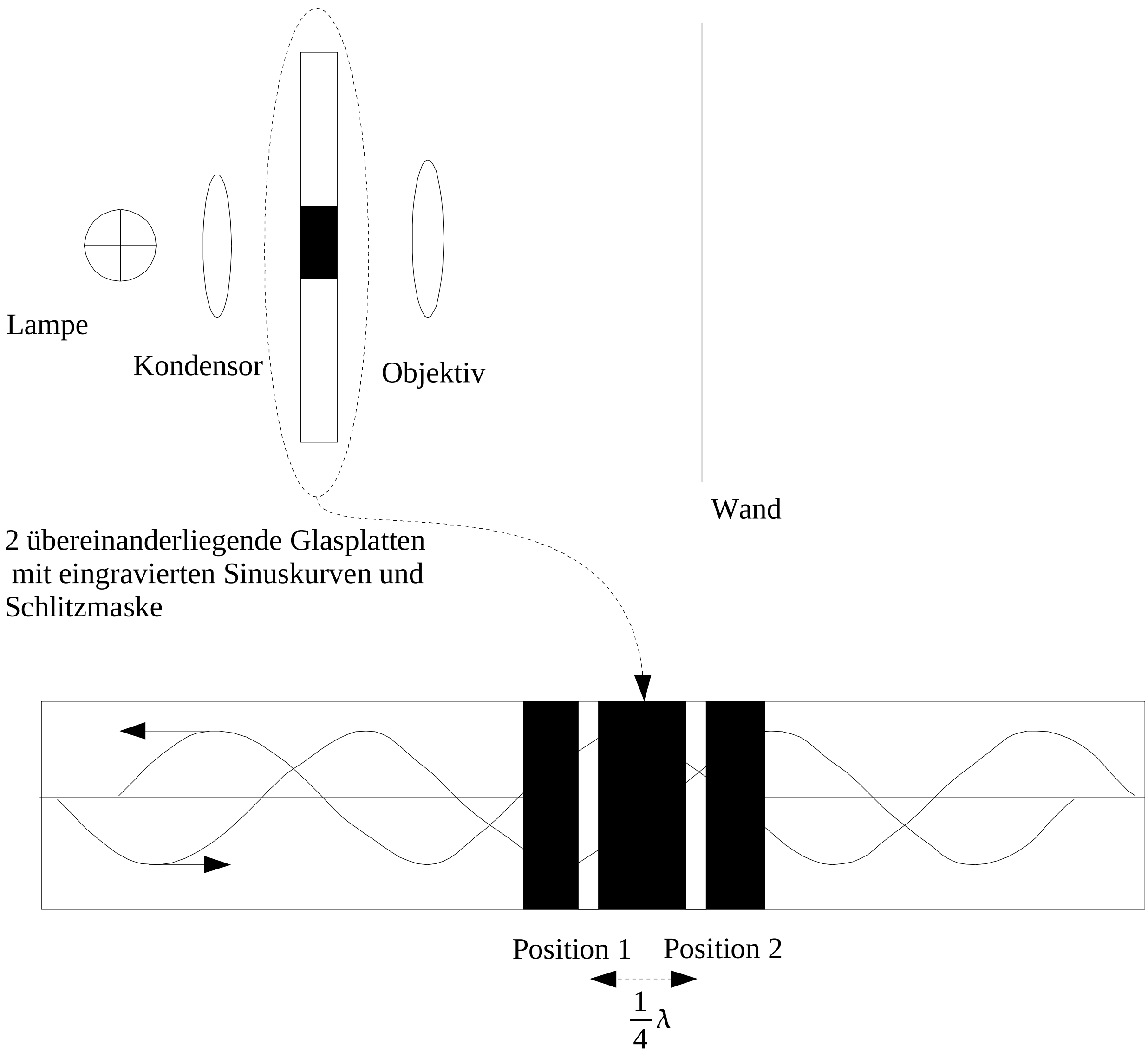
Das Thema der Stunde war die Überlagerung von Wellen. Zur Visualisierung dieses Phänomens wurden zwei in zwei Glasplatten eingravierte kongruente Sinuskurven mit Hilfe einer Lampe und einer Objektivlinse and die Wand projiziert. Durch eine Schlitzmaske, deren zwei Schlitze im Abstand von einem Viertel der Wellenlänge der Sinuskurve vertikal verliefen, waren von den beiden Kurven nur zwei kurze Ausschnitte sichtbar, die man idealisierend mit zwei festen Punkten auf dem von den Wellen durchwanderten Medium gleichsetzen kann; in Wirklichkeit handelte es sich jedoch um zwei kurze Ausschnitte der beiden Kurven. Mit Hilfe eines Fadens konnten die beiden Platten, in die die Sinuskurven eingeritzt waren, in entgegengesetzte Richtungen bewegt werden. Dadurch wurde in der Projektion die Überlagerung von zwei einander entgegenlaufenden Wellen simuliert. In dieser Darstellung repräsentierten die zwei Dimensionen der Projektionsfläche die zwei räumlichen Größen der eindimensionalen Transversalwellen, nämlich die horizontale Ausbreitungsrichtung und die dazu senkrecht stehende Richtung der Schwingungen. Durch die Schlitzmaske wurden, wie bereits angedeutet, zwei Punkte auf dem Wellenträger selektiert, deren Entfernung zueinander einem Viertel der Wellenlänge der beiden Wellen entspricht.



Wenn man mit Hilfe des Fadens die beiden Wellen gegeneinander bewegt, sieht man in der Projektion die Auf- und Abbewegung der zwei Punkte.
Bei der Betrachtung zu einem beliebigen Zeitpunkt stellt man fest, dass an Position 1 (Bezeichnungen siehe Skizze) die beiden Kurvenausschnitte etwa achsensymmetrisch zur X-Achse liegen, einer befindet sich oberhalb, der andere unterhalb der Achse und sie haben zu dieser etwa den gleichen Abstand. An Position 2 kreuzen sich die beiden Kurvenausschnitte unterhalb der X-Achse. Da es sich hierbei um eine Überlagerung von zwei Wellen handelt, bei der die Elongation der durch die Interferenz entstandenen Welle der vorzeichenbehafteten Summe der Einzelelongationen entspricht, kann man sagen, dass sich an Position 1 die beiden Wellen in diesem Moment auslöschen, da die Beträge ihrer Auslenkung her gleich sind, während sie sich in ihrem Vorzeichen unterscheiden; die Elongation der resultierenden Welle ist also 0. An Position 2 haben die beiden Auslenkungen dagegen gleiche Vorzeichen und verstärken sich somit, die resultierende Welle hat hier also eine Elongation, die dem doppelten Wert der Auslenkung jeder der beiden Wellen an diesem Punkt entspricht. Man kann diese Untersuchungen nun für beliebig viele Zeitpunkte (durch Verschieben der beiden Kurven wird ein Voranschreiten der Zeit simuliert) durchführen. Dabei stellt man fest, dass oben geschilderte Beobachtungen für jeden Zeitpunkt gültig sind, links sind die Auslenkungen stets gleich groß, aber einander entgegen gerichtet, während die beiden Wellen an Postion 2 in Phase schwingen. Bei der resultierenden Welle handelt es sich also offensichtlich um eine stehende Welle; an Postion 1 liegt ein Bewegungsknoten vor, während sich am rechten Punkte ein Bewegungsbauch befindet. Die Entfernung dieser Punkte zueinander beträgt $\frac{1}{4}\lambda$, der Abstand zweier Knoten (oder zweier Bäuche) $\frac{1}{2}\lambda$. Bei dieser Betrachtung ist noch ein Zeitpunkt hervorzuheben, nämlich wenn an Position 2 beide Auslenkungen den Wert 0 annehmen, also gerade die Ruhelage passieren. In diesem Moment ist die räumliche Darstellung der Welle lediglich eine Gerade.

Diese Einblicke lassen sich mit Hilfe der Mathematik erweitern. Aus der letzten Stunde waren für die Welle und die reflektierte Welle folgende Gleichungen bekannt:

$$s_1(t;x) = s \cdot \sin 2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

$$s_2(t;x) = s \cdot \sin 2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{2l - x + \frac{\lambda}{2}}{\lambda}\right)$$

Durch Addition der beiden Terme war daraus folgende Gleichung für die resultierende stehende Welle enstanden:

$$S(x;t) = 2s \cdot \cos 2\pi \cdot \frac{-x + l + \frac{\lambda}{4}}{\lambda} \cdot \sin 2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{l + \frac{\lambda}{4}}{\lambda}\right)$$

Diese Funktion lässt sich in zwei Teile gliedern. Der Kosinusteil enthält nur ein x als Variable. Er gibt die Amplitude für den Punkt, dessen Abstand vom Nullpunkt x beträgt, an. Die Sinusfunktion dagegen beinhaltet lediglich die Zeit t als Variable. Sie gibt den Schwingungszustand zu diesem Zeitpunkt an. Bei einer stehenden Welle schwingen alle Punkte in Phase, der Schwingungszustand ist also unabhängig von der Entfernung zum

Nullpunkt. Die gesamte Gleichung beschreibt also eine stehende Welle, deren Knotenpunkte sich an den Nullstellen der Kosinusfunktion befinden.
Um nun die Stellen der Knoten zu bestimmen, muss man diese Nullstellen finden.

Generell nimmt der Kosinus für jeden Winkel ϕ mit $\phi=(2z+1)\cdot\frac{\pi}{2};z\in\mathbb{Z}$ den Wert 0 an. Dieser Term wird mit dem Kosinusargument gleichgesetzt, man erhält $x=l-z\cdot\frac{\lambda}{2}$. Daraus kann man erkennen, dass der Abstand zwischen zwei Knotenpunkten eine halbe Wellenlänge beträgt. Für z = 0 erhält man die Position des letzten Punktes (der, da es sich um eine Reflektion an einem festen Ende handelt, starr ist), die Gleichung zeigt, dass es sich bei ihm um einen Konoten handeln muss. Man kann sich nun fragen, wie man die Länge des Wellenträgers wählen muss, damit sich auch am Anfang ein Knotenpunkt befindet. Der erste Punkt hat die x-Koordinate 0, also muss gelten $l=z\cdot\frac{\lambda}{2}$. Die Länge des Wellenträgers muss also ein ganzahliges Vielfaches von $\frac{\lambda}{2}$ sein. Bei einem an einem Ende fixierten Seil lässt sich eine stehende Welle nur dann erzeugen, wenn man die Frequenz (und somit die Wellenlänge) so wählt, dies der Fall ist.

Neben der Überlagerung von entgegenlaufenden Wellen kann man auch Interferenzen bei gleichlaufenden Wellen erzeugen. Hierbei kann ein Gangunterschied auftreten, wenn die Wellen nicht vom gleichen Punkt ausgehen oder phasenverschoben sind. Wenn der Gangunterschied der halben Wellenlänge entspricht, heben sich die beiden Wellen theoretisch vollständig auf (sofern sie denn gleiche Amplituden haben), in der Praxis lässt sich 100 %ige Auslöschung nicht realisieren. Aber auch unvollständige Auslöschung kann beispielsweise zur Verminderung von Lärm eingesetzt werden.