Protokoll des Physikunterrichts am 26.09.2002 in der fünften und sechsten Stunde

Die Stunde begann mit der Besprechung der Hausaufgaben. Zunächst wurde Aufgabe 2 Auf Seite 177 des Physikbuches bearbeitet: In Teil a) waren die Formeln

$T = 2p\sqrt{C \cdot L}$ und $f = \frac{1}{T}$

anzuwenden, woraus sich die gesuchten Größen mit T=6,28ms und f=159,15Hz berechnen ließen. Aufgabe b) baute auf einer bereits im Buch erwähnten Rechnung auf, welche allerdings die elektrische Feldenergie als Ansatzpunkt hatte. Eine kurze Zusammenfassung des Lösungsweges folgt hier:

Es gilt generell: $W_{el} = \frac{1}{2} C \cdot \hat{U}^2 \cdot \cos^2(wt)$ und $W_{mag} = \frac{1}{2} L \cdot \hat{I}^2 \cdot \sin^2(wt)$

Aus $Q(t) = \hat{Q} \cdot \cos(wt)$ folgt weiterhin: $\hat{I} = \hat{Q} \cdot w$

Aus $\hat{Q} = C \cdot \hat{U}$ und $w = \frac{1}{\sqrt{C \cdot L}}$ ergibt sich schließlich: $\hat{I} = \hat{U} \cdot \sqrt{\frac{C}{L}}$ und $\hat{U} = \hat{I} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$. Setzt man diese Ergebnisse wieder in die Ausgangsformeln für W_{el} und W_{mag} ein und addiert diese dann zu W_{Gesamt}, erhält man folgende Gleichung:

$$W_{Gesamt} = \frac{1}{2} C \cdot \hat{I}^2 \cdot \frac{L}{C} \cdot \cos^2(wt) + \frac{1}{2} L \cdot \hat{I}^2 \cdot \sin(wt)$$

$$W_{Gesamt} = \frac{1}{2} L \cdot \hat{I}^2 \cdot (\cos^2(wt) + \sin^2(wt))$$

$$W_{Gesamt} = \frac{1}{2} L \cdot \hat{I}^2 \text{ q. e. d.}$$

Teil c) der Aufgabe fragt nach dem Spitzen- bzw. Effektivwert der Stromstärke I, welche sich nach $\hat{I} = \hat{U} \cdot \sqrt{\frac{C}{L}}$ (s. auch oben) und $I_{eff} = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}}$ als Î=0,2A und I_{eff} = 0,14A berechnen lassen.

Teil d) schließlich bezog sich auf die Spannung und die Stromstärke sowie die elektrische und magnetische Energie zum Zeitpunkt t=T/6. Die entsprechenden Zusammenhänge lauten:

$U(t) = \hat{U} \cdot \cos(wt)$, $I(t) = -\hat{I} \cdot \sin(wt)$, $W_{mag} = \frac{1}{2} L \cdot I^2$, $W_{el} = \frac{1}{2} C \cdot U^2$ und $w = \frac{1}{\sqrt{C \cdot L}}$.

Hieraus ergeben sich folgende Werte: U(t) = 200V, I(t) = -0,17A, ? = $1000 s^{-1}$, W_{mag} = 0,03J und W_{el} = 0,01J. Somit ist zum Zeitpunkt t=T/6 die Energie zu einem Viertel im Kondensator und zu drei Vierteln in der Spule enthalten.

Des Weiteren war in der vorhergehende Stunde bei der Betrachtung des Ergebnisses $K_2 = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C} - \frac{R^2}{4L}}$ für die Gleichung $Q(t) = K_1 \cdot e^{-K_2 \cdot t} \cdot \sin(K_3 \cdot t)$ (auf den elektrischen Schwingkreis bezogen) die Frage aufgekommen, welche Auswirkungen ein sehr großer Widerstand R haben würde, welcher einen negativen Ausdruck unter der Wurzel bewirkte. Physikalisch gesehen würde dieses Phänomen bedeuten, dass sich der Kondensator nach dem Aufladevorgang nur einmal entladen könnte und seine Energie dabei restlos am Widerstand in Wärme umgewandelt würde, wodurch keine Schwingung zustande kommen könnte. Dies führte zu der Annahme, dass auch die bereits bekannte Gleichung für die Aufladung am Kondensator $Q(t) = Q_0 \cdot (1 - e^{-\frac{1}{R \cdot C} \cdot t})$ in abgewandelter Form als $Q(t) = K_1 \cdot e^{-K_2 \cdot t}$ mit ihren Ableitungen die ursprünglich aufgestellte Differentialgleichung $L \cdot \ddot{Q}(t) + R \cdot \dot{Q}(t) + \frac{1}{C} \cdot Q(t) = 0$ (siehe Protokolle der vorangegangen Stunden) lösen könnte. Die Tatsache, dass in dieser Gleichung noch keine Sinus- oder Kosinusfunktionen, die auf Schwingungen hinweisen, vorkamen, spricht ebenfalls für diesen Ansatz, welchen zu untersuchen der zweite Bestandteil der Hausaufgabe war. Nach Bildung der ersten beiden Ableitungen der Q(t)-Gleichung und deren Einsetzen in die Differentialgleichung ergibt sich schließlich folgende quadratische Gleichung:

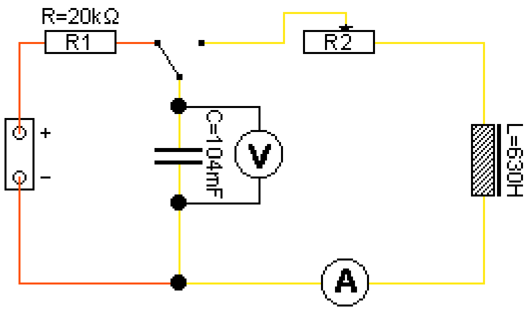
$$K_1 \cdot e^{-K_2 \cdot t} \cdot (K_2{}^2 \cdot L - K_2 \cdot R + \frac{1}{C}) = 0 .$$

Da die e-Funktion den Wert 0 nicht annehmen kann, muss der eingeklammerte Term 0 ergeben, damit die Gleichung korrekt ist. Daher ist nur er nach K_2 aufzulösen, woraus folgende zwei Ergebnisse hervorgehen:

$$K_2 = \frac{R}{2L} - \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{C \cdot L}} \vee K_2 = \frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{C \cdot L}} .$$

Wir erkennen also, dass die Differentialgleichung zwei Lösungstypen hat: Sie ist zum einen als Schwingung mit abnehmender Amplitude und zum anderen lediglich als Kondensatorentladung aufzufassen. Die erstgenannte Lösung von K_2 mit dem negativen Vorzeichen vor der Wurzel führt wieder zurück zum Schwingungsfall und ist daher unbrauchbar, da dieser ja auch im Ansatz nicht gegeben war.

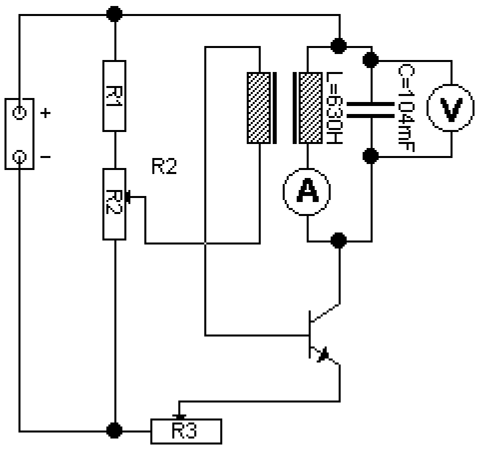
Die hier erworbenen Kenntnisse sollten nun auch praktisch erprobt werden. Daher wurde zunächst errechnet, bei welchem Widerstand ein Schwingkreis mit einem Kondensator von 104mF und einer Spule von 630H von der periodischen Schwingung zur puren Kondensatorentladung übergehen muss. Dieser lag bei ca. 4,9 k?. Ein regelbarer Widerstand sollte hier die Feinjustierung erleichtern. Die Schaltung wurde folgendermaßen aufgebaut:



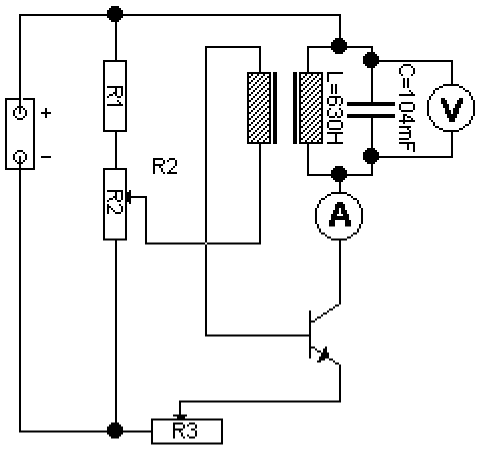
Anmerkungen zu dieser Schaltung:
Der Schwingkreis wurde gelb, der Ladekreis rot eingezeichnet. Der Widerstand R1 dient als Schutzwiderstand für das Messgerät, da seine Zeiger bei plötzlicher, starker Entladung des Kondensators sehr schnell zu weit ausschlagen und dabei Schaden nehmen könnten. Das verwendete Voltmeter hat einen sehr hohen Innenwiderstand, damit der Strom nicht einfach durch es abfließt, sondern den Weg durch die Spule nimmt. Das Amperemeter dagegen hat einen geringen Widerstand, um den aperiodischen Fall nicht zu begünstigen.

Zur genaueren Beobachtung der Spannungs- und Stromstärkenänderungen wurde das Projektionsmessgerät verwendet, da seine Zeiger nur eine sehr geringe Trägheit aufweisen.
Zunächst wurde der regelbare Widerstand auf das Minimum eingestellt und der Kondensator über die oben abgebildete Schalterstellung geladen. Wurde der Schalter nun umgelegt, sodass der Schwingkreis geschlossen war, ließ sich, wie zu erwarten, am Volt- und Amperemeter eine gedämpfte elektrische Schwingung erkennen. Regelte man nun R2 auf etwa die Hälfte, so war es bei neuerlicher Versuchsdurchführung nur eine einzelne Schwingung zu erkennen, danach war die gesamte Energie im Schwingkreis verbraucht. Ungefähr bei drei Vierteln Abgriff auf dem regelbaren Widerstand war nur noch die Kondensatoraufladung zu erkennen, eine weitere Schwingung fand nicht statt.

Es wurde hierauf eine Rückkopplungsschaltung nach Alexander Meißner aufgebaut, um einen Schwingkreis zu demonstrieren, der kontinuierlich die verbrauchte Energie von der Spannungsquelle zurückerhält. Meißner hat beim Aufbau dieser Schaltung im Jahre 1913 statt eines Transistors, welcher zu diesem Zeitpunkt noch nicht erfunden worden war eine Röhre zur Regelung der benötigten Spannungsschübe verwendet. Die von uns hergestellte Schaltung sollte dem umseitigen Schaltplan 1 entsprechen, was jedoch nicht in Gänze der Fall war, da der Widerstand R3 bei Aufbau versehentlich vergessen wurde. Dies wirkte sich jedoch kaum auf die Beobachtungen des Versuchs aus. Die Basis des Transistors wurde mit einer Induktionsspule verbunden, die immer zum Zeitpunkt einer hohen Spulenaufladung eine genügend große Spannung (für den vorliegenden Kondensator mehr als 0,6V) erzeugte, um den Kollektorstrom zum Emitter freizugeben. Hierdurch wirkt also der Kondensator wie ein geschlossener Schalter und ließ Strom zwischen dem Schwingkreis und R3 passieren, was ansonsten nicht der Fall war. Der Widerstand R2 diente zur genauen Regulierung des Basisstroms.
Wurde die Schaltung nun in Betrieb genommen, so war eine ungedämpfte, periodische elektrische Schwingung zu beobachten. Die Spannungs- und Stromstärkezeiger schwangen phasenverschoben um ca. p/2.
Als letztes wurde die Schaltung gemäß umseitigem Schaltplan 2 modifiziert, sodass das Amperemeter nicht mehr direkt im Schwingkreis befindlich war. Diese Schaltung ist mit der im Physikbuch auf Seite 179 abgebildeten identisch.



Schaltplan 1



Schaltplan 2

Da das ganze System jedoch sehr empfindlich war, ließen sich zunächst nach Inbetriebnahme keine sauberen Schwingungen wie zuvor erkennen, auch ein Kurzschließen des Amperemeters zur Verringerung des Widerstandes konnte im Wesentlichen nicht helfen. Erkennbar war aber dennoch, dass der Zeiger des Amperemeters bei jeder Schwingungsperiode nur ruckartig in den positiven Bereich ausschlug und auf die Nullmarkierung zurückschnellte. Dies ist dadurch zu erklären, dass das Amperemeter nun nicht mehr im Schwingkreis direkt angeschlossen war, sondern nur noch im Ladekreis Ströme anzeigen konnte. Es zeigte also jeweils den durch den Transistor hinzugekommen Aufladestrom für den Kondensator an. Mit dieser Beobachtung endete die Stunde.

Protokoll von A. Hümmerich