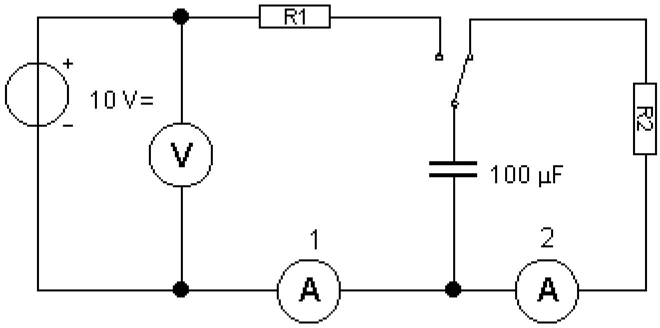
Versuch: Lade und Entladezeiten am Kondensator

Aufbau:



Eine 10-V-Spannungsquelle ist über einen Widerstand und einen Schalter mit einem Kondensator (100 µF) verbunden, an dessen anderer Seite ein Amperemeter angeschlossen ist. Der zweite Kontakt des Schalters ist mit dem Entladekreis des Kondensators, bestehend aus einem mit der Spannungsquelle verbundenen Widerstand zusammengeschaltet. In Teil 1 des Versuches betragen die Widerstände R1 = 100kO und R2= 1kO. Das Amperemeter befindet sich in Position 1. Durch diese Schaltung kann der Strom beim Aufladen des Kondensators gemessen werden. In Teil 2 werden die Widerstandswerte von R1 und R2 vertauscht, zudem wird das Amperemeter an Position 2 angeschlossen. Somit kann der Entladestrom des Kondensators gemessen werden.

Durchführung:

Gleichzeitig zur Schließung des Schalters, sodass ein Stromfluss zum Kondensator möglich ist, wird mit einer Zeitmessung begonnen. Bei glatten Anzeigewerten des Amperemeters wird die Zeit gestoppt und diese Messung tabellarisch festgehalten. Der Schalter wird nun umgelegt, um den Kondensator zu entladen und der Versuch wird bis zum kleinstmöglichen gut ablesbaren Wert am Amperemeter wiederholt. Gleiches gilt für Teil 2 des Versuches, hier wird lediglich statt dem Eingangs- der Ausgangsstrom gemessen.

Beobachtung:

Versuchsteil 1:

t_1[s]	t_2[s]	øt[s]	I[mA·10^{-2}]
2,67	2,7	2,69	8
4,6	4,49	4,55	7
6,7	6,46	6,58	6
9	8,57	8,79	5
11,8	11,73	11,77	4
15,5	15,16	15,33	3
20,6	20,43	20,52	2
29,9	29,47	29,69	1
48,81	48,81	48,81	0,2

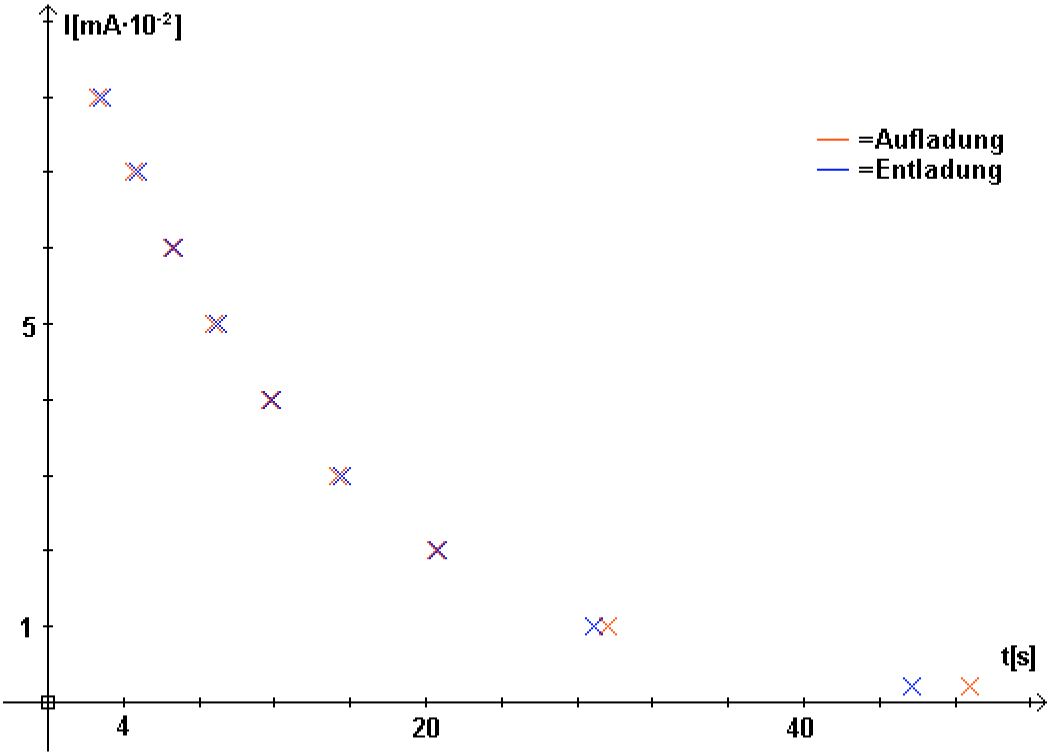
Versuchsteil 2:

t_1[s]	t_2[s]	øt[s]	I[mA·10^{-2}]
2,85	2,85	2,85	8
4,9	4,62	4,76	7
6,8	6,47	6,64	6
9,2	8,88	9,04	5
12	11,65	11,83	4
15,6	15,57	15,59	3
20,6	20,59	20,60	2
28,84	28,9	28,87	1
46	45,53	45,77	0,2

Tabelle 1 und 2: Messergebnisse

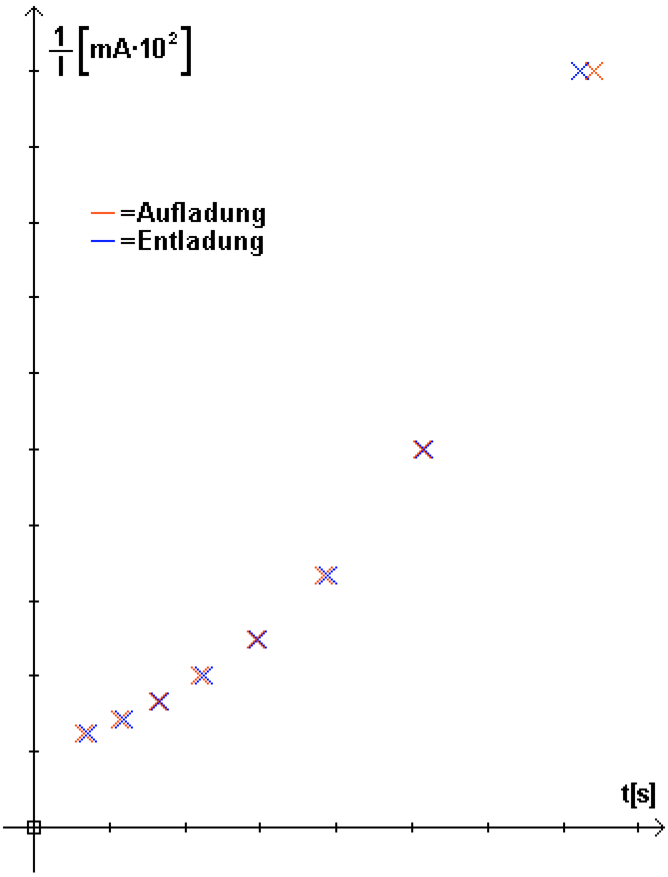
t_1 = mit der ersten Stoppuhr gemessene Zeit
t_2 = mit der zweiten Stoppuhr gemessene Zeit
øt = Durchschnittswert beider Zeitmessungen
I = abgelesene Stromstärke zum Zeitpunkt t ~ øt

[Graphische Darstellung umseitig]



Graphik 1: Graphische Darstellung der Messergebnisse

Wir vermuten einen antiproportionalen Zusammenhang und stellen daher 1/I über t dar:



Graphik 2: Versuch der Linearisierung durch Darstellung von 1/I über t

Ergebnis und weitere Untersuchungen:

Lade- und Entladegeschwindigkeit beim Kondensator sind nahezu gleich. Zwischen der Zeit und dem Stromfluss bei beiden Vorgängen besteht weder ein linearer, noch ein antiproportionaler Zusammenhang.

Durch mathematische Umformungen der Gleichungen

$U=R\cdot I$
$Q=C\cdot U$

$$I = \frac{Q}{R}\cdot C$$

sowie Intervallbetrachtungen und Substitution erhalten wir die schließlich:

$$Q(t) = Q_0 \cdot \left[\lim_{K\to\infty}\left(1+\frac{1}{K}\right)^K\right]^{-\frac{t}{R\cdot C}}$$

Wir untersuchen nun den Term $\left(1+\frac{1}{K}\right)^K$ für K → 8:

K	$(1+K^{-1})^K$
10^1	2,593742
10^2	2,704814
10^3	2,716924
10^4	2,718146
10^5	2,718268
10^6	2,718280
10^7	2,718282
10^8	2,718282
10^9	2,718282
10^{10}	2,718282
10^{11}	2,718282
10^{12}	2,718523
10^{13}	2,716110
10^{14}	2,716110
10^{15}	3,035035
10^{16}	1,000000
10^{17}	1,000000

Abweichende Werte durch Rundungsfehler des Computers

Tabelle 3: Grenzwertbildung des zu untersuchenden Terms

und erhalten als Grenzwert die eulersche Zahl e. Somit können wir die obige Formel umschreiben, sie lautet nun:

$$Q(t) = Q_0 \cdot e^{-\frac{t}{R\cdot C}}$$

Mit ihrer Hilfe kann die Menge der Ladung im Kondensator zu jedem Zeitpunkt t bestimmt werden.

Die graphische Analyse sagt uns weiterhin, dass die erste Ableitung der obigen Formel nach dem Zeit t die Stromstärke zum Zeitpunkt t ergeben muss. Die erste Ableitung lautet:

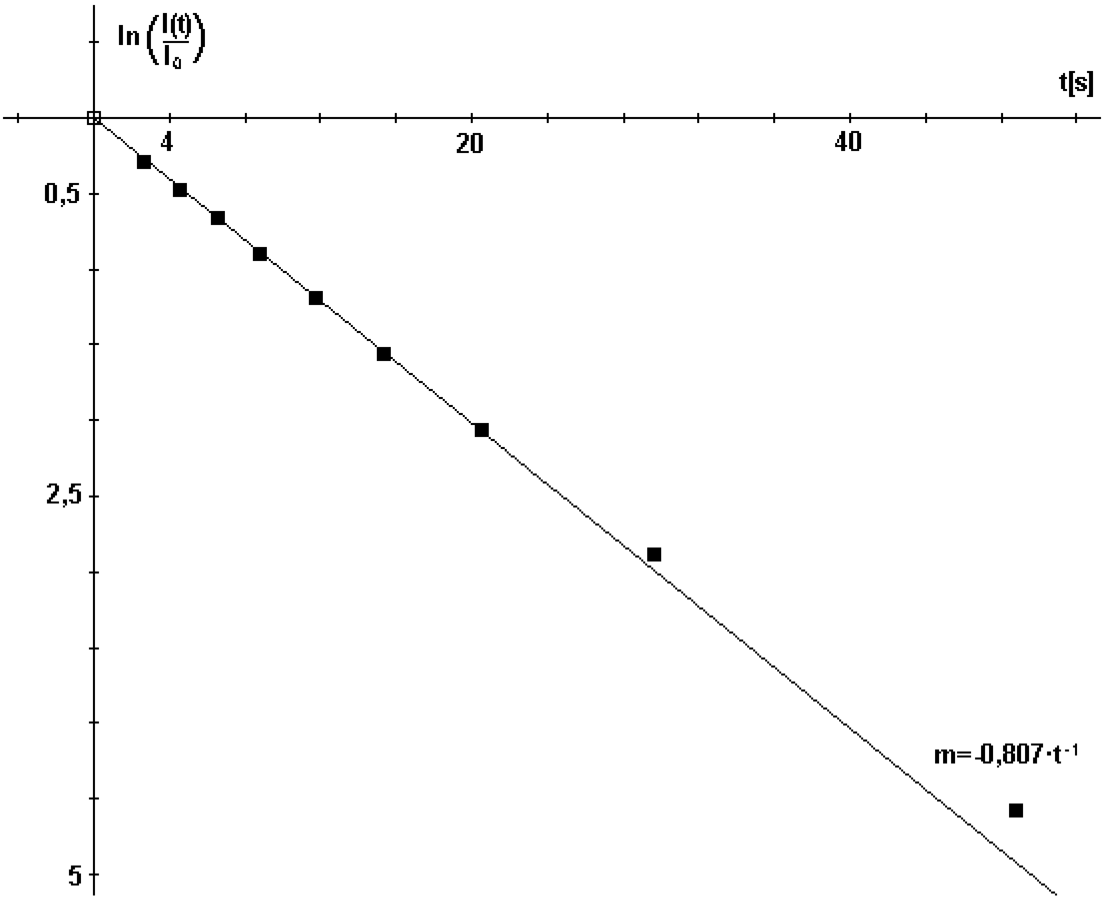
$$I(t) = \pm I_0 \cdot e^{-\frac{1}{R\cdot C}\cdot t}$$

I_0 hat beim Aufladevorgang ein positives, beim Entladevorgang ein negatives Vorzeichen. Der Zusammenhang lässt sich nun linearisieren, indem man den Logarithmus Naturalis von I(t) durch I_0 über t abträgt.

Es gilt also:

$$\ln\left(\frac{I(t)}{I_0}\right) = -\frac{1}{R \cdot C} \cdot t$$

Es ergibt sich die folgende Graphik (für den Entladevorgang):



Graphik 3: Gelungene Linearisierung des I – t – Zusammenhangs