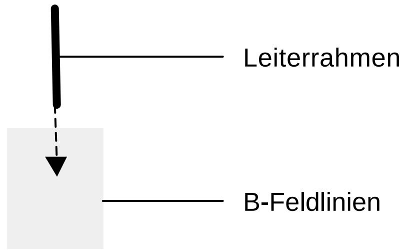
Theoretischer Versuch: Leiterrahmen im Magnetfeld

Ein vertikaler Leiterrahmen fällt senkrecht in ein Magnetfeld, dessen Feldlinien horizontal verlaufen. Zu ermitteln sind der v(t) und a(t) – Zusammenhang.



Oberhalb des B-Feldes fällt der Rahmen frei, es handelt sich also um eine gleichförmig beschleunigte Bewegung, daher gilt:

$$s(t) = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \text{ und } v(t) = g \cdot t$$

Sobald der Rahmen in das Feld eintritt, wird er durch dessen Kraft F_F abgebremst. Die gesamte verzögernde Kraft beträgt:

$$F_B = G - F_F$$

Ferner gilt:

$$F_B(t) = m \cdot g - \frac{B^2 \cdot d^2}{R} \cdot v(t) \text{ und } F_B(t) = m \cdot a(t)$$

Zusammengefasst:

$$a(t) = g - \frac{B^2 \cdot d^2}{m \cdot R} \cdot v(t)$$

$$\dot{v}(t) = g - \frac{B^2 \cdot d^2}{m \cdot R} \cdot v(t)$$

Hierbei handelt es sich um eine Differentialgleichung erster Ordnung, da sowohl die v(t)-Funktion, als auch deren erste Ableitung Bestandteil der Gleichung sind. Mathematisch betrachtet sähe diese Gleichung so aus:

$$f'(x) = K_1 - K_2 \cdot f(x)$$

Zur Vereinfachung der folgenden Betrachtung setzen wir g auf $10 m\cdot s^{-2}$ und $B^2 \cdot d^2 \cdot (m\cdot R)^{-1}$ auf $2s^{-1}$. Als Ursprungsgeschwindigkeit beim Eintritt in das Feld zum Zeitpunkt t=0s nehmen wir v(0s) = $3 m\cdot s^{-1}$ bzw. v(0s) = $8 m\cdot s^{-1}$ an. Als Zeitintervall für unsere Betrachtung nehmen wir ?t=0,2s an. Es ergibt sich:

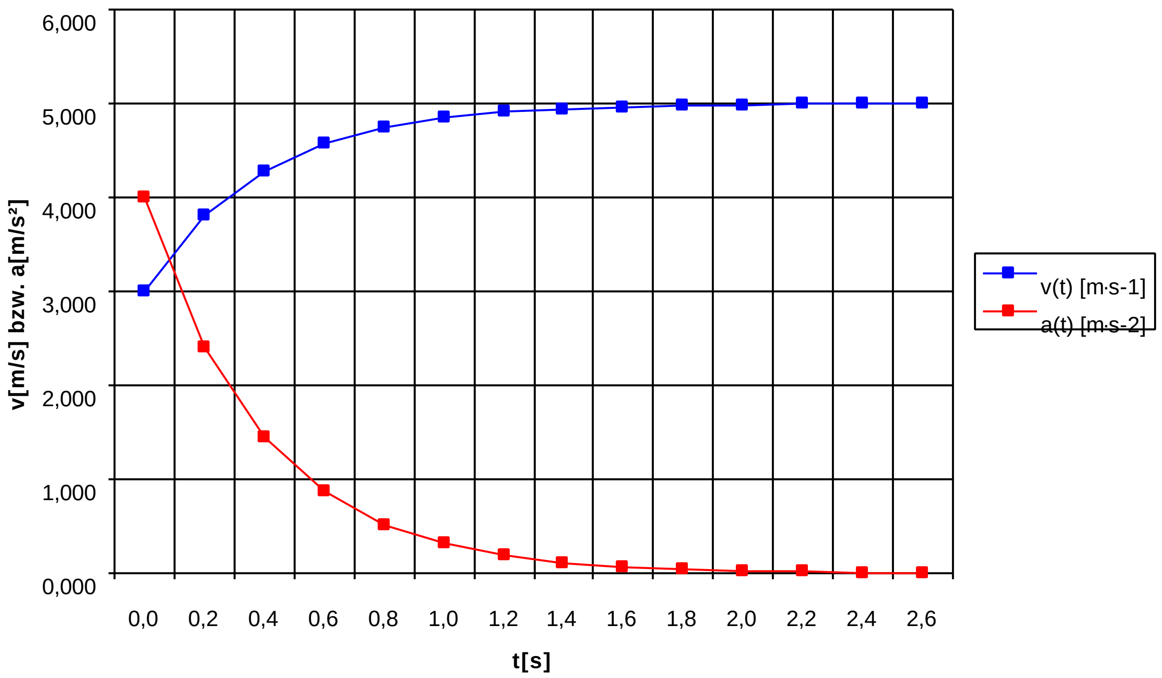
$$a(t) = 10\frac{m}{s^2} - 2 \cdot \frac{1}{s} \cdot v(t) \text{ und } v(t + \Delta t) = v(t) + a(t) \cdot \Delta t$$

Bei dieser Betrachtung erhält man folgende Wertetabellen:

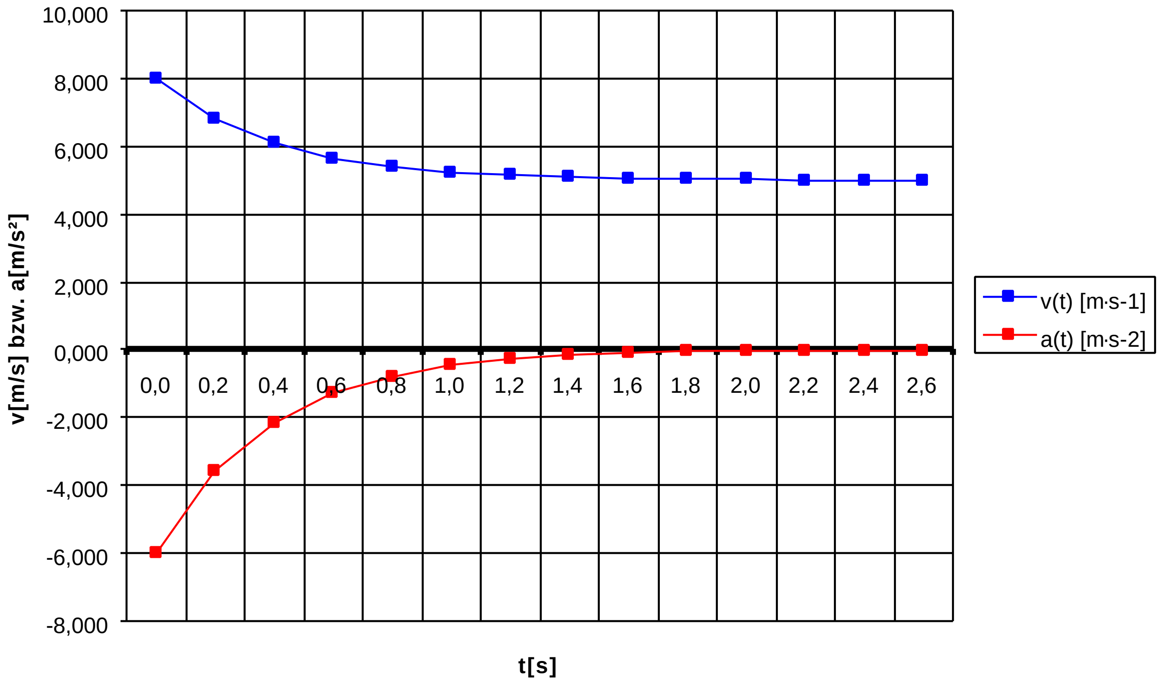
t[s]	v(t) [m·s^{-1}]	a(t) [m·s^{-2}]	v(t+?t) [m·s^{-1}]
0,0	3,000	4,000	3,800
0,2	3,800	2,400	4,280
0,4	4,280	1,440	4,568
0,6	4,568	0,864	4,741
0,8	4,741	0,518	4,844
1,0	4,844	0,311	4,907
1,2	4,907	0,187	4,944
1,4	4,944	0,112	4,966
1,6	4,966	0,067	4,980
1,8	4,980	0,040	4,988
2,0	4,988	0,024	4,993
2,2	4,993	0,015	4,996
2,4	4,996	0,009	4,997
2,6	4,997	0,005	4,998

t[s]	v(t) [m·s^{-1}]	a(t) [m·s^{-2}]	v(t+?t) [m·s^{-1}]
0,0	8,000	-6,000	6,800
0,2	6,800	-3,600	6,080
0,4	6,080	-2,160	5,648
0,6	5,648	-1,296	5,389
0,8	5,389	-0,778	5,233
1,0	5,233	-0,467	5,140
1,2	5,140	-0,280	5,084
1,4	5,084	-0,168	5,050
1,6	5,050	-0,101	5,030
1,8	5,030	-0,060	5,018
2,0	5,018	-0,036	5,011
2,2	5,011	-0,022	5,007
2,4	5,007	-0,013	5,004
2,6	5,004	-0,008	5,002

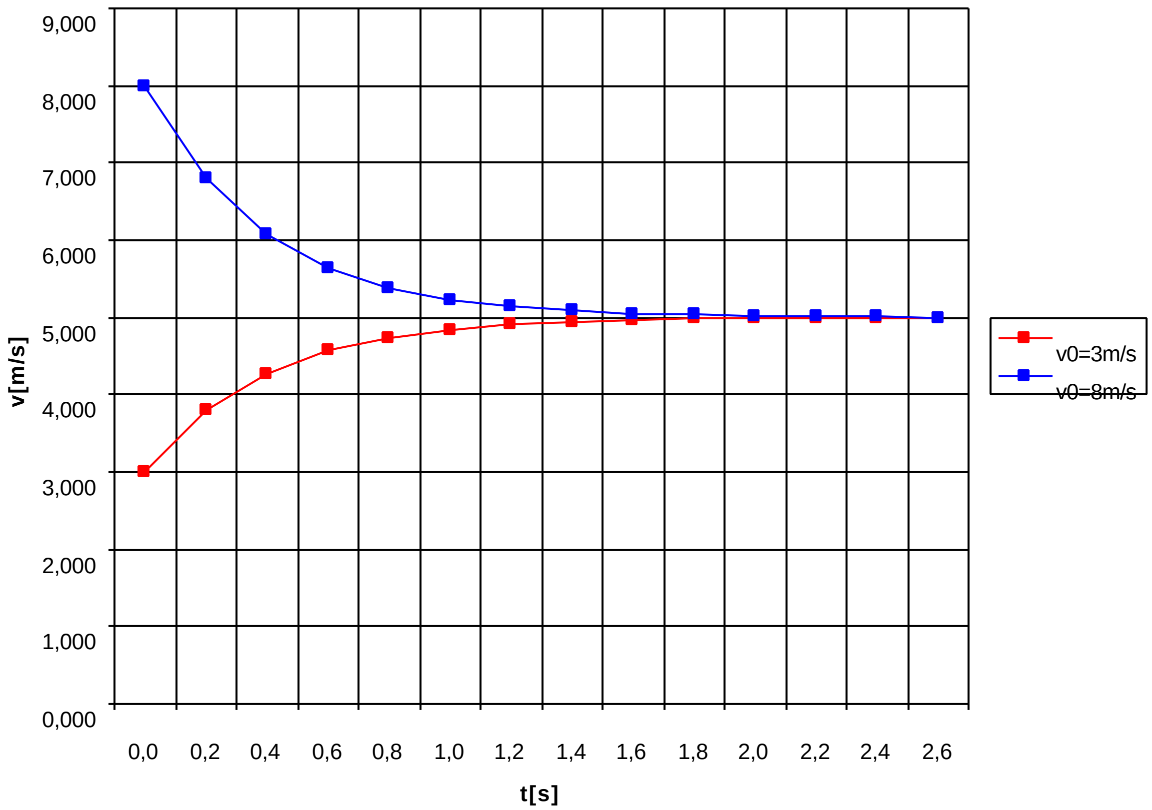
Daraus ergeben sich folgende Grafiken:
Für v(0s)= 3m·s^{-1}:



Für v(0s)= 8m·s^{-1}:



Und für beide Geschwindigkeitskurven im Vergleich:



Sie pendeln sich auf den Wert v=5m·s^{-1} ein. Bei dieser Geschwindigkeit besteht ein Gleichgewicht zwischen der Fallbeschleunigung und der entgegenwirkenden Verzögerungskraft durch das Feld. Fällt der Rahmen von Anfang an mit 5m·s^{-1} in das Feld, so ist keine Veränderung dieser Geschwindigkeit festzustellen, ansonsten ist entweder eine Beschleunigung oder eine Verzögerung des Falls zu sehen.